

2011 年度 解析力学 1 理論演習 (担当者: 手塚真樹) 期末レポート課題

配布日: 2011 年 7 月 1 日 講義ウェブページ: <http://cond.scphys.kyoto-u.ac.jp/~tezuka/am1/>

提出期限: 理学 6 号館 学部教務掛窓口: 2011 年 8 月 8 日 (月)17 時, メール: 8 月 12 日 (金)17 時

返却: 2011 年 10 月 4 日 (火)–7 日 (金) 18:10 – 18:50 6 号館下を予定 (詳細はウェブで指示する)

[1] 振動運動 (15)

質量 m の質点の 1 次元での運動を考える。 $x = 0$ で最小値 U_0 をとるポテンシャル $U(x)$ があり、 $U(-x) = U(x)$ を満たすとする。質点は $x = 0$ のまわりで振動運動している。振動周期 T がエネルギー E の関数として $T(E)$ として与えられると、ポテンシャルの形 ($x > 0$ の部分) は

$$x(U) = \frac{1}{2\pi\sqrt{2m}} \int_{U_0}^U \frac{T(E)dE}{\sqrt{U-E}}$$

となることを示せ。

[2] 質点を吊る糸が緩む条件 (15)

重力加速度の大きさを g とする。質量 m の粒子が、3 次元空間中の定点から、長さ ℓ の糸で吊るされて静止している。粒子に、水平方向に初速 v を与え、運動を観察した。運動の途中で糸が緩むのはどのような条件のときか。ラグランジュの未定乗数法を用いて求めよ。

[3] 斜面を転がる円板 (20)

重力加速度の大きさを g とする。半径 r , 質量 m の一様な円板が、水平面からの傾斜角 α の斜面を転がる。斜面と円板との間の静止摩擦係数を μ とする。

(1) 円板が滑らずに転がり落ちる場合について、ラグランジアンを書き、円板の重心の加速度の大きさを求めよ。

(2) α を大きくしていくとき、円盤が滑り始める α の値を求めよ。

[4] 補充問題 (10+) (一度も前で発表できなかった人は要解答。発表した人も解答してよい)

力学を応用したおもちゃを 1 つ挙げて、その動作する原理に関連し、これまでに配布した演習問題や小テストの問題と異なる問題を作り、自分で解答し、採点せよ。

なお、思いつかなければ、以下に答えてもよい。

質量 M , 慣性モーメント $I_1 = I_2 \neq I_3$ の対称こまが、対称軸 (x_3 軸) 上の一点で固定されたまま、重力を鉛直下方に受けて運動する状況を考えよ。ラグランジアンをオイラー角を用いて表せ。 θ を x_3 軸の鉛直軸に対する傾き, ϕ を鉛直軸まわりの方位角, ψ を x_3 軸まわりの回転角とすると、ラグランジアンは

$$\mathcal{L} = \frac{I_1}{2}(\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2 \sin^2 \theta) + \frac{I_3}{2}(\dot{\psi} + \dot{\phi} \cos \theta)^2 - Mgl \cos \theta$$

と書けることを示せ。そして、エネルギーと運動量がそれぞれ保存することから、 θ についての運動は、1 個の変数 $u \equiv \cos \theta$ の 1 次元の運動に対応することを示せ。

さらに、速く回転させて机上に放したコマ (軸と机の接点が動かないとする) の運動について、放した瞬間に $\dot{\theta} = \dot{\phi} = 0$ という初期条件のもとで、歳差運動 (precession) と章動 (nutation) に着目して定量的に議論し、説明せよ。

裏面のアンケートにも是非ご協力ください。

[アンケート] 回答は成績評価に無関係です。

(1) あなたは、この演習の初日を除く 10 回のうち、何回くらい出席しましたか。

(2) 確認のため、前で発表した問題の番号を記入してください。

(3) 演習問題 [1] – [45] のうち、特によいと思った問題があれば番号を書いてください。

(4) 演習問題 [1] – [45] のうち、解析力学の理解を深めるのに役に立たなかったと思う問題があれば番号を書いてください。

(5) 次のことについて、次の 1-5 から選んで記入してください。

(5: とてもあてはまる 4: ややあてはまる 3: どちらともいえない 2: あまりあてはまらない 1: 全くあてはまらない)

- a. 予習と復習を積極的に行った。 b. 演習に対して意欲的に取り組んだ。
- c. 問題の構成は適切であった。 d. 問題の順序は適切であった。 e. 問題の難しさは適切であった。
- f. 配布物は読みやすかった。 g. 問題の訂正方法は適切であった。 h. 教員のクラス巡回の方法は適切であった。
- i. クラス担当者の話し方 (言葉・声の調子など) は適切であった。 j. クラス担当者の指導内容は適切であった。
- k. クラス担当者は、受講者が質問や意見を述べられるよう充分に配慮していた。
- l. この演習を全体的に見たときに、満足している。 m. 自分と関心の近い後輩にも是非すすめたい演習である。
- n. この演習の受講により、解析力学の理解が、事前に期待していた程度かそれ以上に深まった。

(6) この演習をよくするために、意見・感想などを自由に書いてください。

担当教員からの回答を希望する場合は、☐にチェックを入れ、提出用紙に E-mail アドレスを記入してください。

レポートは演習の時間中にではなく、学部教務掛窓口にもしくは電子メールで提出してください。

担当教員に電子メール (tezuka@scphys.kyoto-u.ac.jp) で提出する場合、問題への解答は添付ファイル (PDF) とし、メールの本文にアンケートへの回答を書いてください。36 時間以内に返信がなければ、再度送信してみてください。

もしどうしても送れない場合には、手塚まで直接連絡を試みてください。居室は理学 5 号館 439 号室 (075-753-3798) ですが、不在のときに来て、放置して帰ることのないようにしてください。

2011 年度 解析力学 1 理論演習 (担当者: 手塚真樹) 期末レポート提出用紙

演習 _____ 組 学籍番号 _____ - _____ 氏名 _____

提出日 _____ 月 _____ 日 E-mail _____

配布日: 2011 年 7 月 1 日 講義ウェブページ: <http://cond.scphys.kyoto-u.ac.jp/~tezuka/am1/>

提出期限: 理学 6 号館 学部教務掛窓口: 2011 年 8 月 8 日 (月)17 時, メール: 8 月 12 日 (金)17 時

- (1) _____ 回 (2) 問題 _____ (3) 問題 _____ (4) 問題 _____
(5) (a) _____ (b) _____ (c) _____ (d) _____ (e) _____ (f) _____ (g) _____
(h) _____ (i) _____ (j) _____ (k) _____ (l) _____ (m) _____ (n) _____
(6) (回答希望 ☐)

紙で提出する場合の提出方法:

- A4 の用紙 (レポート用紙) などに、1 枚に 1 問の答を書く ([4] は複数枚にわたってもよい)。
- 最初のページに演習の組, 学籍番号, 氏名を明記すること。
- 左上をホッチキス (ステープラー) で綴じる。
- この提出用紙に記入し、上で綴じたものとゼムクリップで止める。
- メールアドレスは、アンケートの記入内容への回答を希望しない場合は書かなくてよい。