

演習        組 学籍番号       -      -       氏名      

提出日        月        日 採点者      

[問] 3次元空間で、水平な床面  $z = 0$  上の原点から、時刻  $t = 0$  に (非相対論的な) 速さ  $v_0$  で  $xz$  平面内に質量  $m$  の質点を発射する。重力加速度を  $g$  とし、 $z$  軸の正の方向を上向きにとり、空気抵抗は無視する。

(1) 飛行中の質点のラグランジアン  $L$  を、質点の位置  $\mathbf{r} \equiv (x, y, z)$  を用いて表せ。

(2) オイラー・ラグランジュ方程式

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{r}}} \right) = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{r}}$$

を用いて、運動方程式を導け (つまり、 $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$  と  $x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$  等のうち必要なものとの関係を与える式を示せ)。

(3) 質点が床面と衝突する点と原点の距離  $D$  を、発射時の速度ベクトルが  $x$  軸となす角  $\theta$  ( $0 < \theta \leq \pi/2$  としてよい) および  $v_0, g$  を用いて表せ。 $D$  が最大となるのは  $\theta = \pi/4$  のときであることを確認せよ。

[小テスト解答] 必要なら裏面も使ってかまいません。