

# 強相関電子系の世界

## ～量子多体論の最前線～

川上則雄

(物理第一教室 凝縮系理論)

*Condensed Matter Physics  
More is Different!*

# 物理学

物質の根源(ひも？)と  
時空の起源、  
それらを支配する基本法則

マクロな数の要素が集まり、  
相互作用することによって  
はじめて発現する現象の探求

## 物性物理学(凝縮系物理学)

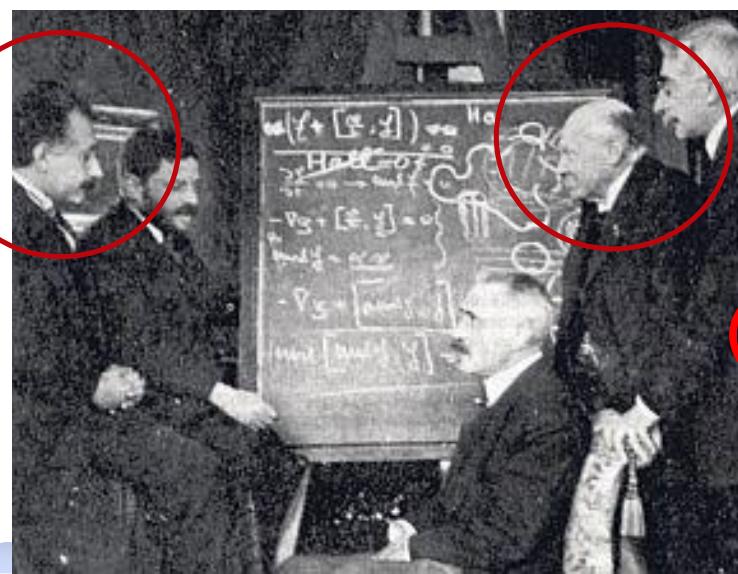
超伝導、超流動、磁性、半導体、ナノ量子系、etc  
個々の要素の基本法則だけでは理解不能

AINSHUTAIN

にも解けなかつた  
超伝導の謎

カマリンオンネス

(超伝導発見, 1911年)



# 物理学

物質の根源(ひも?)と  
時空の起源,  
それらを支配する基本法則

マクロな数の要素が集まり、  
相互作用することによって  
はじめて発現する現象の探求

## 物性物理学(凝縮系物理学)

超伝導、超流動、磁性、半導体、ナノ量子系、etc  
個々の要素の基本法則だけでは理解不能



P.W. Anderson  
1977 ノーベル賞

*More is different !*

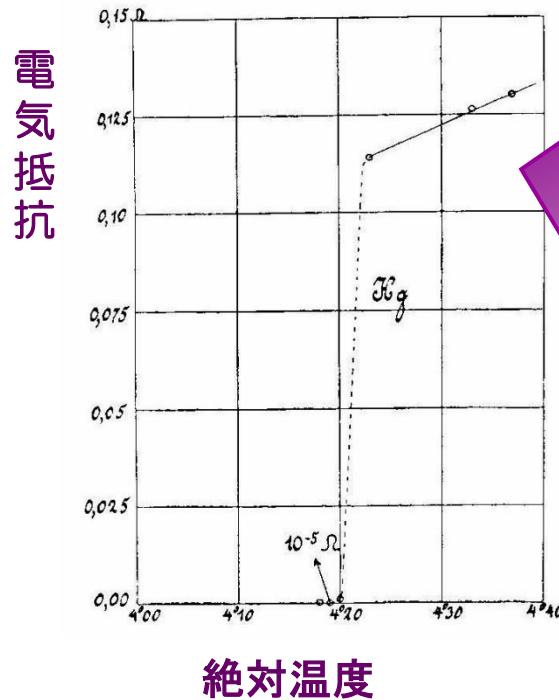
多は異なり

多様性と普遍性、そして創発性

# 凝縮系 物理学

基本法則からは容易に推測できない  
新しい現象の発現

## 超伝導現象



量子多体系のエッセンス  
More is different !

創発 (emergence)

基礎方程式

where

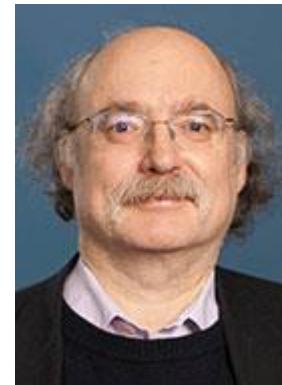
$$\begin{aligned}\mathcal{H} = & - \sum_j^{N_e} \frac{\hbar^2}{2m} \nabla_j^2 - \sum_{\alpha}^{N_i} \frac{\hbar^2}{2M_{\alpha}} \nabla_{\alpha}^2 \\ & - \sum_j^{N_e} \sum_{\alpha}^{N_i} \frac{Z_{\alpha} e^2}{|\vec{r}_j - \vec{R}_{\alpha}|} + \sum_{j \ll k}^{N_e} \frac{e^2}{|\vec{r}_j - \vec{r}_k|} + \sum_{\alpha \ll \beta}^{N_j} \frac{Z_{\alpha} Z_{\beta} e^2}{|\vec{R}_{\alpha} - \vec{r}_{\beta}|}.\end{aligned}$$



# Nobel Prize in Physics 2016

Theoretical discoveries of topological phase transitions and topological phases of matter

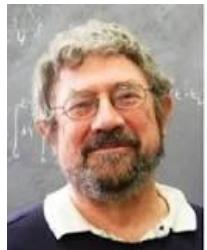
トポロジカル相転移とトポロジカル物質相の理論的発見



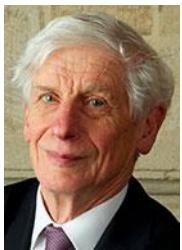
J. Michael Kosterlitz

David J. Thouless

Duncan Haldane



J. Michael Kosterlitz



David J. Thouless



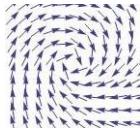
Duncan Haldane

ノーベル  
物理学賞  
2016

KT転移

渦の転移  
(超伝導、磁性、他)

普遍概念



$$\sigma_{xy} = \left( \frac{e^2}{h} \right) N_{\text{Ch}}$$

量子ホール効果  
TKNN公式

チャーン絶縁体

スキルミオン  
(磁気的な渦)

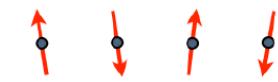


弱相関

トポロジカル絶縁体  
トポロジカル超伝導

トポロジーで守られた表面状態  
マヨラナフェルミオン  
量子情報への応用  
スピントロニクスへの応用

磁性: 量子スピン系  
Haldane予言



対称性に守られた  
トポロジカル相

強相関

ワイル・ディラック  
半金属・超伝導

# 凝聚系物理学 創発の宝庫！

エキゾチックな量子状態

◇ 固体電子

超伝導、超流動、量子磁性、半導体

◇ 十／量子系

量子細線、量子ドット、カーボンナノチューブ

◇ 光格子

冷却原子 BEC

新奇現象  
次々発見！

分野の  
大きな広がり！

物質合成技術  
ナノテクノロジー  
レーザー技術

凝聚系の理論

=量子系の統計物理学

量子力学と統計力学に基づき解明、予言

# 量子多体論の最前線

～ 強相関電子系の世界を中心として～

1. フェルミ粒子とボース粒子
2. 固体中の電子たち: 自由な電子
3. エキゾチックな量子凝縮相
  - 超伝導
  - トポロジカルな量子系
4. 朝永ラッティンジャー液体: 素粒子と物性
5. レーザー冷却原子: 新たな研究舞台



# 多粒子系の量子論

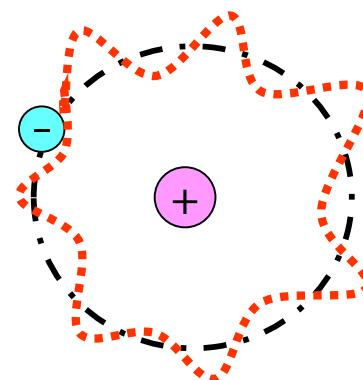
**フェルミ粒子 & ボーズ粒子**

*Condensed Matter Physics  
More is Different !*

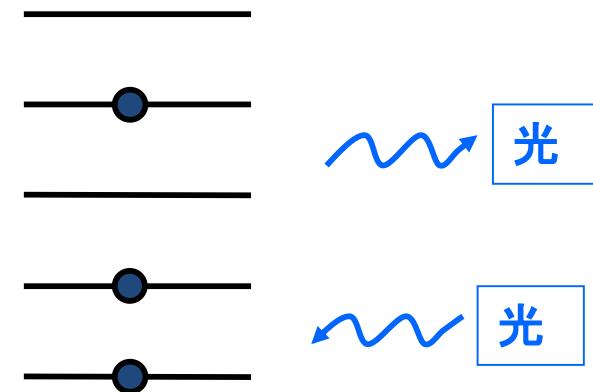
# 量子力学

## 粒子性と波動性

水素原子



量子化：とびとび



水素原子の  
エネルギー準位

これは1個の粒子（波動）の性質

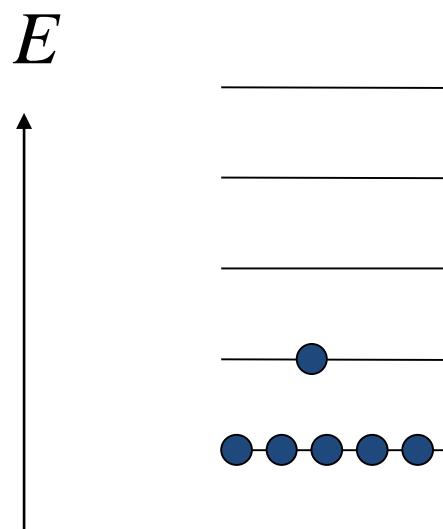
ギモン：多くの粒子が集まると？？？

# ◇ ボーズ粒子

$$\psi(\dots, x_i, \dots x_j, \dots) = \psi(\dots, x_j, \dots x_i, \dots)$$

引き合う

1準位にいくらでも詰まる



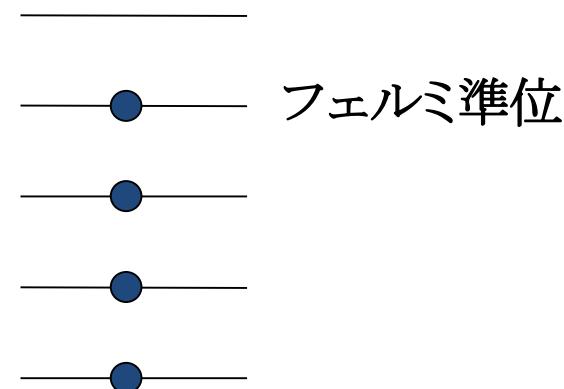
ボーズ粒子

# ◇ フェルミ粒子

$$\psi(\dots, x_i, \dots x_j, \dots) = -\psi(\dots, x_j, \dots x_i, \dots)$$

避けあう

1つの準位に1個まで

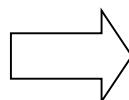
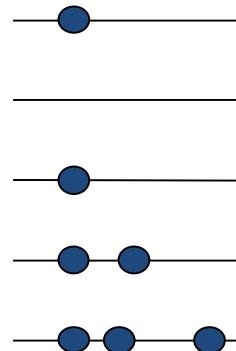


フェルミ粒子

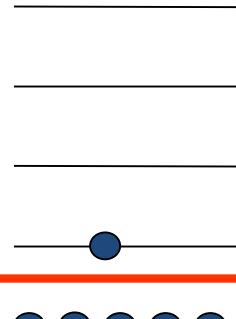
本質的な違い！

# 1. ボーズ粒子とボーズ・アインシュタイン凝縮

高温



低温



マクロな波動

マクロな量子現象

超流動

ヘリウム  ${}^4\text{He}$

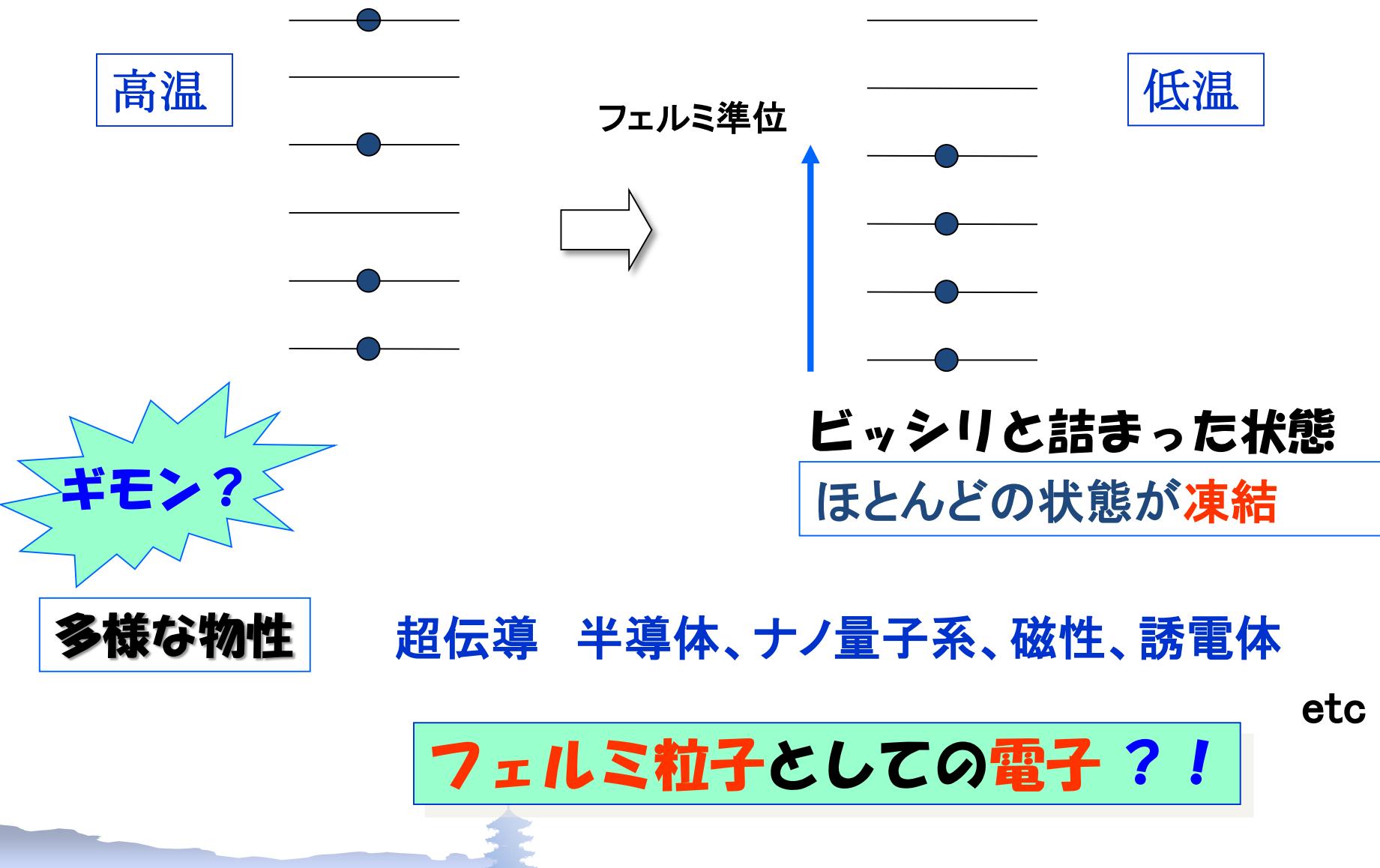
2Kで粘性ない流体



冷却原子の  
BE凝縮  
Hot topics

液体が壁をよじ登る

## 2. フェルミ粒子と凍結状態

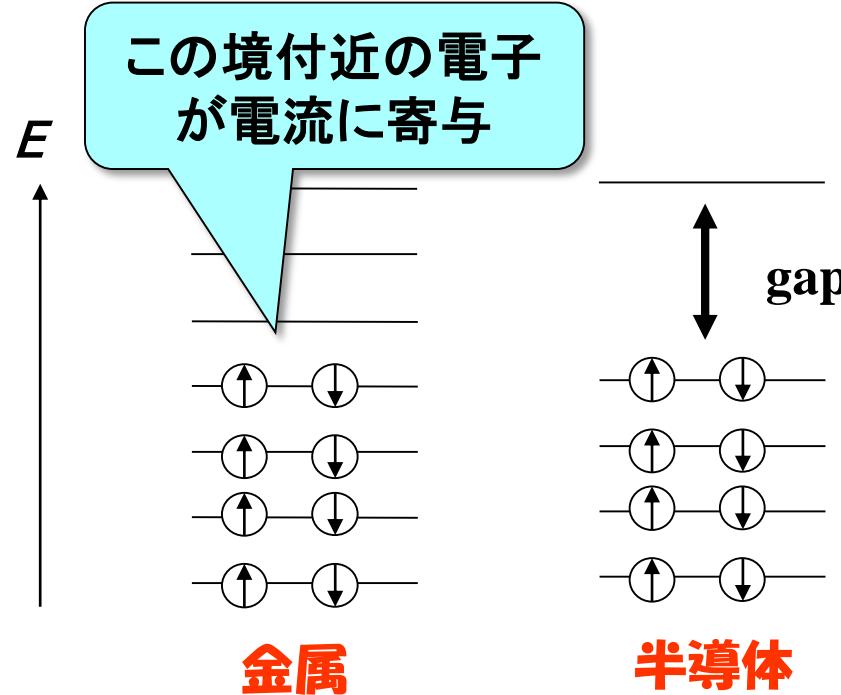


# 電子ガス（フェルミガス）

固体中の電子たち

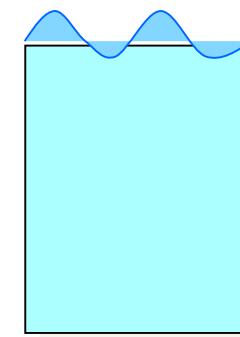
自由に動く、  
でもフェルミ粒子なので...

# 固体中の電子たち



**フェルミガス**  
(自由な電子たち)

フェルミの海



量子化(とびとび)  
フェルミ統計性



金属と半導体の区別

多様な物性？

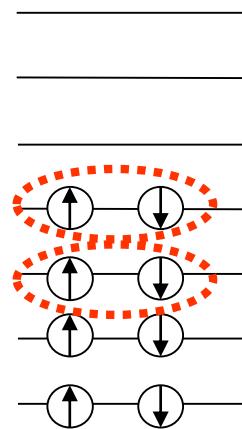
ギチギチの電子で説明できるか？

超伝導  
磁性  
その他

電子間の相互作用

電子相関

# 例：超伝導 電気抵抗なし

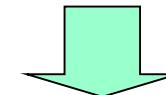


**引力相互作用**

**電子ペア**

**ボース粒子**

**ボースアインシュタイン凝縮**



**超伝導**

量子論とフェルミ統計性だけじゃダメ

**相互作用の重要性！**

**多様な物性**

**磁性**: スピン間の相互作用

**構造転移**: 電子・格子の相互作用

# 超伝導、量子磁性、半導体、ナノ量子現象、etc

基礎物理  
最先端テクノロジー

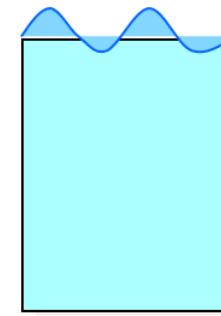
## ◇ 固体中の電子たち

フェルミレベル付近

## ◇ 多彩な現象

電子間の相互作用

他の粒子をにらみながら、量子力学的に運動



電子相関

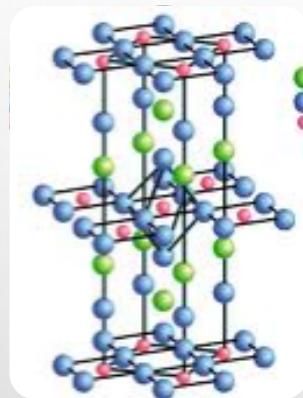
物性理論の中心課題

典型的な多体問題！

# エキゾチックな量子凝縮相 量子効果の醍醐味

*Condensed Matter Physics  
More is Different !*

# ①エキゾチックな超伝導

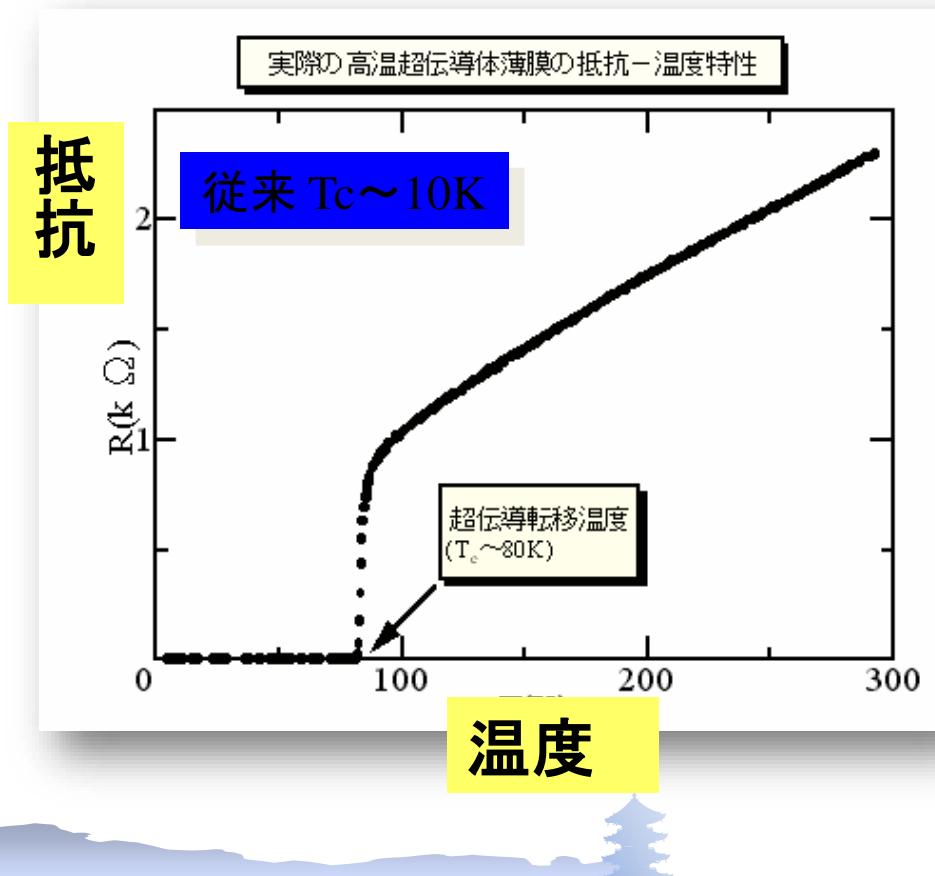


*Condensed Matter Physics  
More is Different !*

# 高温超伝導



- 1986年  $\text{La}_2\text{CuO}_4$  ホールドープ



銅酸化物セラミックを  
金属にしたら

超伝導

超伝導転移温度 100K

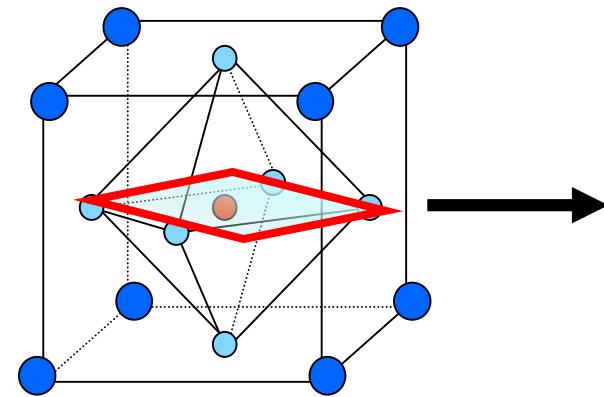
(それまで20Kくらい)

実用化  
液体窒素の沸点より高い  
77K

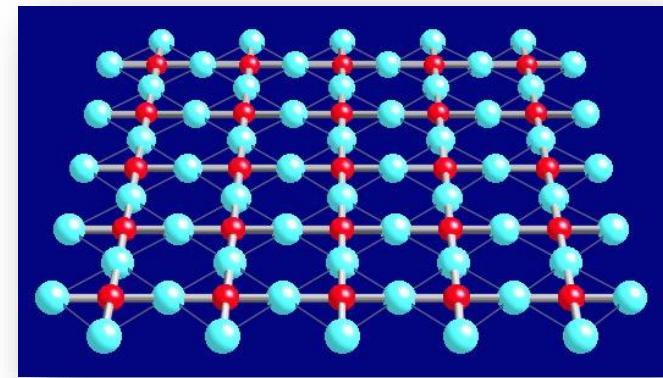
# Why 銅酸化物？

層状の構造

- : Cu
- : O
- : La, Ca



$\text{CuO}_2$  2次元ネットワーク



- ① Cu 中の d電子 電子間の強い相互作用
- ② 2次元面内での電子の運動

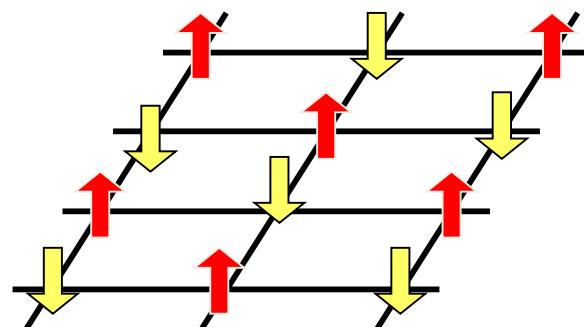
謎解きの  
鍵

電子相関 + 低次元の量子揺らぎ

3次元と大いに異なる

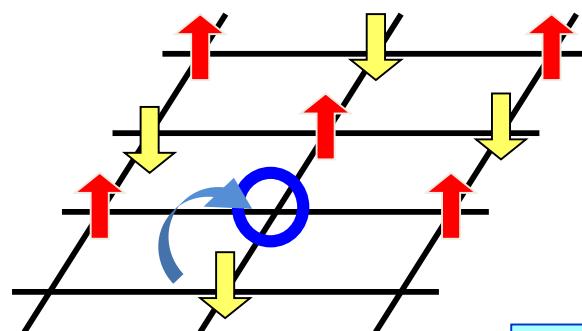
# 超伝導メカニズム

## ① 強相関：反強磁性



磁気相互作用を超伝導に使いたい。でも、磁石は壊れないし。。。

## ② 低次元ゆらぎ



ホールドープ

磁気相互作用：強いまま  
磁石 → 不安定に

強い引力 & 高い転移温度

高温超伝導

低次元ゆらぎ + 相関効果  
物理の基本問題！！

# ② 量子ホール効果 & トポロジカル絶縁体



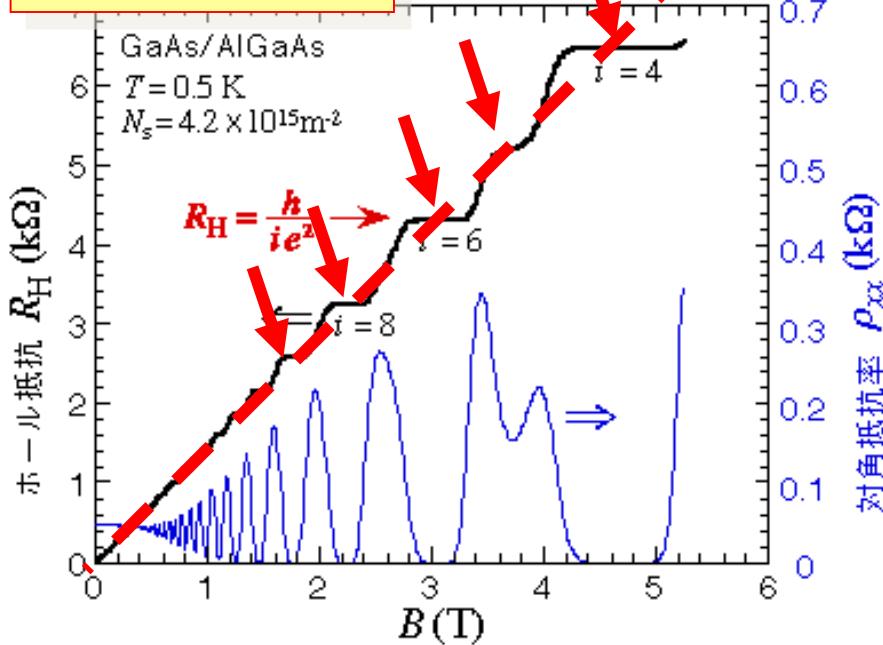
*Condensed Matter Physics  
More is Different !*

# 量子ホール効果

2次元, 強磁場中の電子たち

整数・分数  
量子化

古典論



磁場

強い磁場

電圧

電流

GaAs/AlGaAs

10<sup>-8</sup>の精度!  
ふつうじゃない

標準  
抵抗

抵抗: 不純物

2次元世界の量子効果

電子たちの協力現象

# 1. 整数量子ホール効果

$\nu = 1, 2, 3, \dots$

標準抵抗

Hall伝導度

$$\sigma_{xy} = \nu$$

# 2. 分数量子ホール効果

$\nu = 1/3, 1/5, 1/7, \dots$

強磁場中での電子相関

新しい量子液体

エニオン (フェルミでもボーズでもない)

von Klitzing

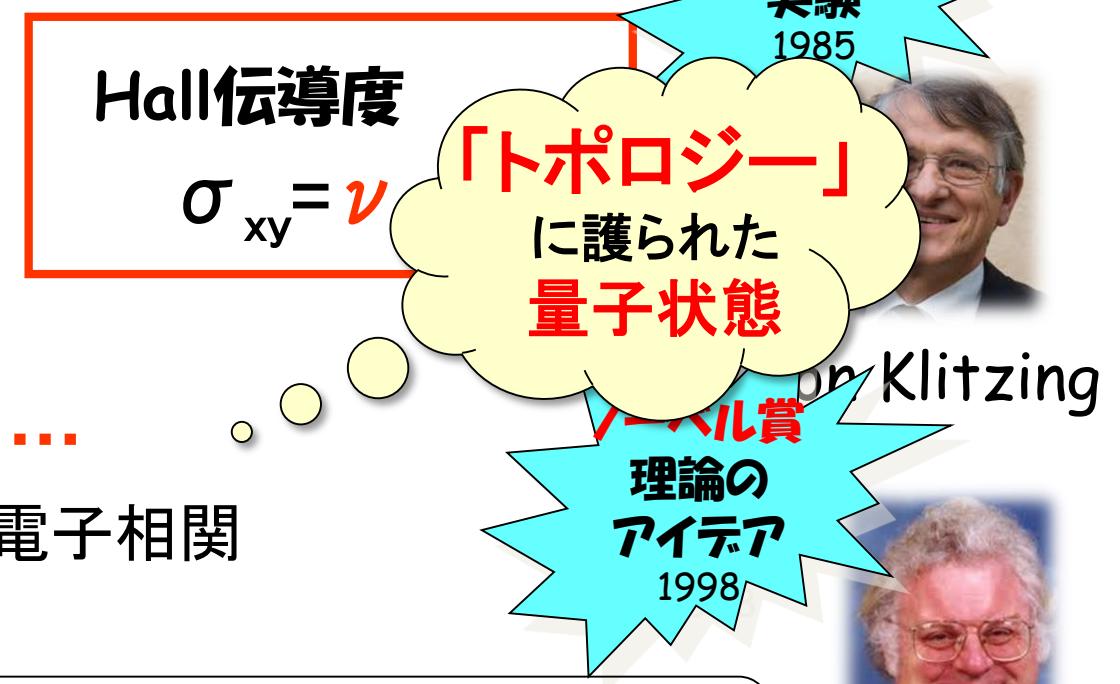
Laughlin

創発

強相関 + 量子ゆらぎ + 磁場  
全く新しい物理！

ちかごろ  
トポロジカル  
絶縁体！

Hot!



# トポロジカル絶縁体

ちょっと見、ふつうの絶縁体.... けど、ちがう

トポロジカルな性質！

2006  
理論予言

2次元 HgTe 量子井戸

3次元  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$   $\text{Bi}_2\text{Te}_3$

トポロジーで保護された表面金属状態

- ディラック・フェルミオン
- 不純物に散乱されない！

光速度よりはるかに遅い電子が  
ディラック・フェルミオンのように振る舞う？

光速度の約300分の1

さまざまな応用：スピントロニクス，量子情報

# 量子スピン・ホール効果(トポロジカル絶縁体)

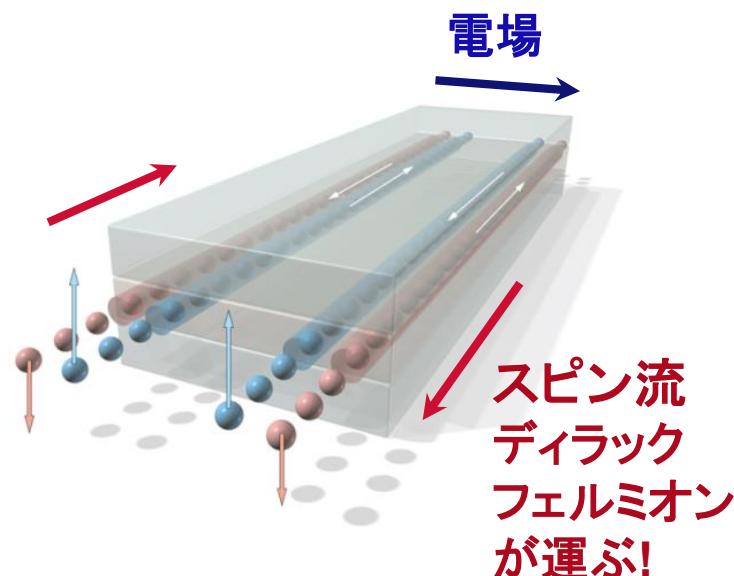
**スピントロニクス**

電子スピン↑↓が情報になう

↔ エレクトロニクス

(20世紀の  
テクノロジー)

電流のon-offが情報になう  
(ノイズの影響)



「トポロジーが紡ぐ」  
でググって

- 不純物、乱れで散乱されない
- ロス無く安定した情報伝達
- 元々量子化されたスピンが担う情報量は甚大
- 強い磁場いらない

21世紀の有望なテクノロジー !!

# 凝聚系の物理（物性物理）

多様な量子現象

エキゾチックな量子状態

日々、新たな現象が発見

量子物理、統計物理の活躍舞台！！



# 分野横断型のテーマ

**1次元電子系 :**  
**朝永・ラッティンジャー液体**

**レーザー冷却原子 :**  
**光格子**

# 1次元電子系と 朝永・ラッティンジャー液体

物性と素粒子が出会うとき

～多様性の中の普遍性～

*Condensed Matter Physics*  
*More is Different !*

# 凝縮系理論における朝永先生



## 1次元量子多体論の父

フェルミ粒子系の集団運動  
Tomonaga-model

1950

朝永の夢：実現

一大分野

朝永ラッティンジャー液体

凝縮系  
量子多体論

数理的な美しさ  
多くの実験

# 1次元電子系の研究

1950 朝永

Luttinger

1970

朝永理論の発展

1980

繰り込み群  
計算物理

1990

素粒子論の手法

2000

応用

実験

有機伝導物質

高温超伝導（2次元）

量子細線

量子ホール効果エッジ状態

カーボンナノチューブ

酸化物の金属

理想的

光格子（冷却原子）

ジャパン  
オリジナル

朝永ラッティンジャー液体

1次元量子系 普遍概念

# 量子臨界現象と 共形場の理論

弦理論 vs 1次元電子系

～素粒子と物性の架け橋～

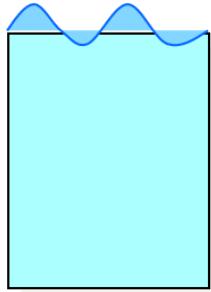
*Condensed Matter Physics*  
*More is Different !*

# 1次元電子系

温度をさげていくと？

ざわめき静まる。

静かな海



超低温では

相関距離は無限大 空間のスケールが消失



時空2次元で長さが消失

統計物理：量子臨界現象

個々の物質によらない普遍的な性質

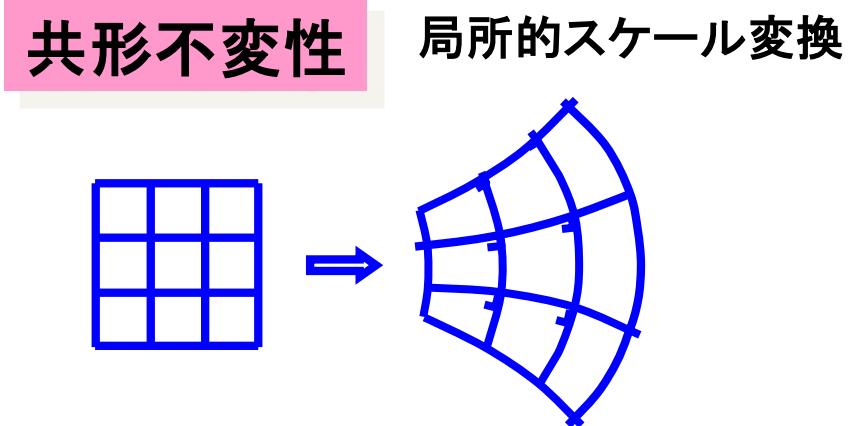
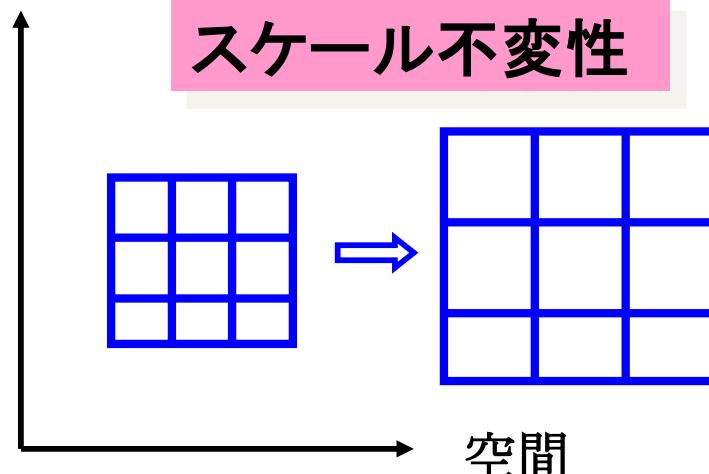
Universality

多様性の中の普遍性

# 統計物理：臨界現象

長さのスケールなし

時間



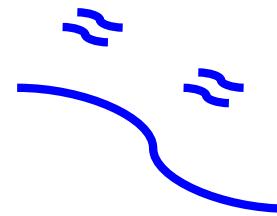
時空  $1 + 1$  次元

共形不变性：無限次元の対称性

2次元共形場の理論(CFT)

# 素粒子 弦理論

ひものふるえ

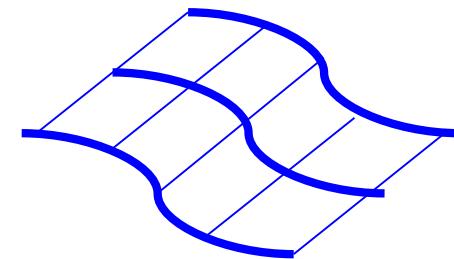


1980年代後半 超弦理論

Belavin-Polyakov-Zamolodchikov

2次元共形場の理論 (CFT)

ちかごろ AdS-CFT 対応

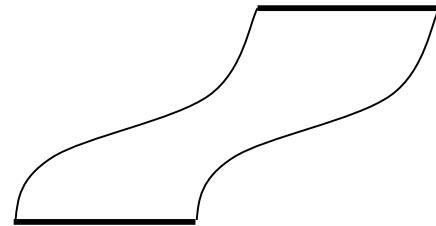


物性物理, 統計物理

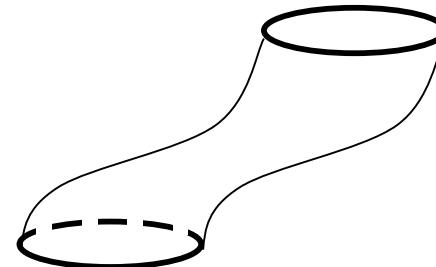
臨界現象

1次元量子系: 朝永・ラッティンジャー液体





開いた弦  
直線上の電子系



閉じた弦  
リング上の電子系

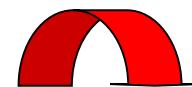
## 1990年以降の理論の進展

朝永ラッティンジャー液体  
臨界現象の正確な記述

特に強相関

共形場の理論による解析 Bridge

素粒子、統計物理、物性の協力



# 朝永ラッティンジャー液体

## 1次元多体系の普遍概念



### 50年前の朝永の夢



### 美しい理論体系

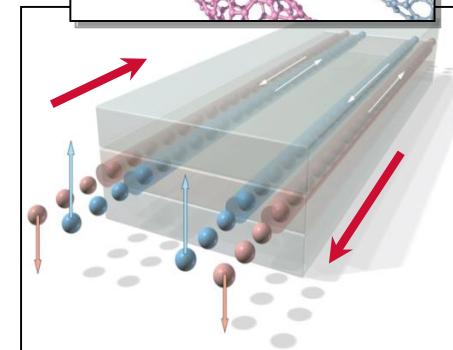
### 場の理論による定式化

量子細線 カーボンナノチューブ

量子ホール系のエッジ状態

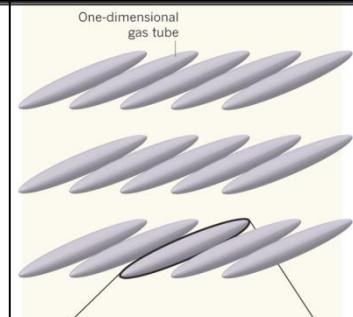
遷移金属酸化物 有機伝導体

レーザートラップによる光格子



### 多様性の中の普遍性

### 基礎物理の研究舞台



# *Cold atoms*

～ 液縮系の新たな研究舞台～

物性物理、統計物理、レーザー物理  
の紡ぐ新たな世界

*Condensed Matter Physics*  
*More is Different!*

# レーザー冷却

量子力学的効果とドップラー効果  
原子気体の温度を下げる

**6×10<sup>-8</sup> K の低温まで到達可能**

冷却された原子集団  
**Rb, Na, Li, H, Ybなど**



京大 高橋研

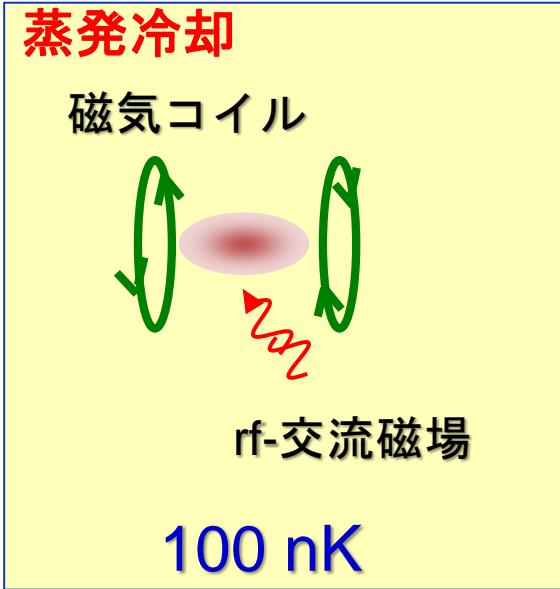
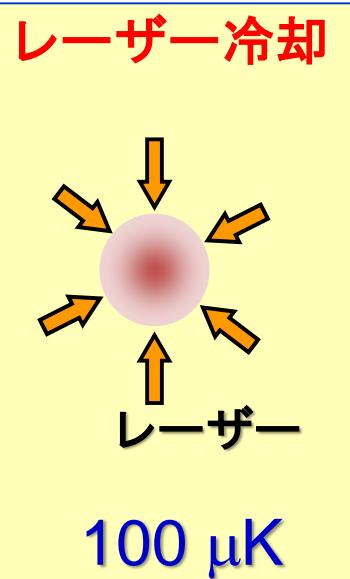
理想的な量子力学系

**ボーズ・AINシュタイン凝縮(BEC)**

# BECの作成法

中性原子:  $^{87}\text{Rb}$ ,  $^{23}\text{Na}$ ,  $^7\text{Li}$ ,  $^1\text{H}$ ,  $\text{He}^*$ ,  $^{41}\text{K}$ ,  $^{133}\text{Cs}$ ,  $^{174}\text{Yb}$

室温の気体  
300 K



BEC

2001年  
ノーベル賞



$$n \cdot \lambda_{dB}^3 \sim 10^{-6}$$

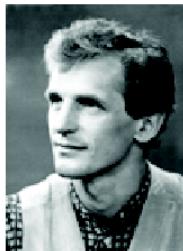
$$n \cdot \lambda_{dB}^3 \sim 1$$

冷却時間=100 ms

冷却時間~10 s



Eric A. Cornell



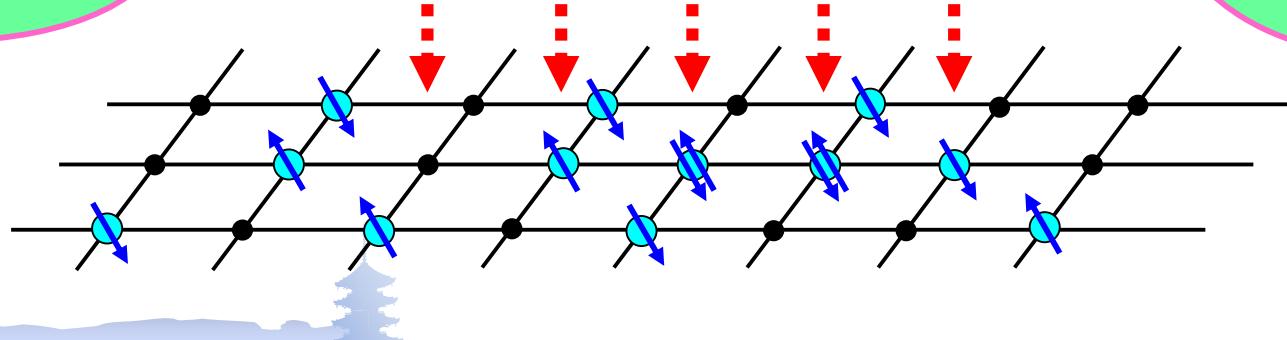
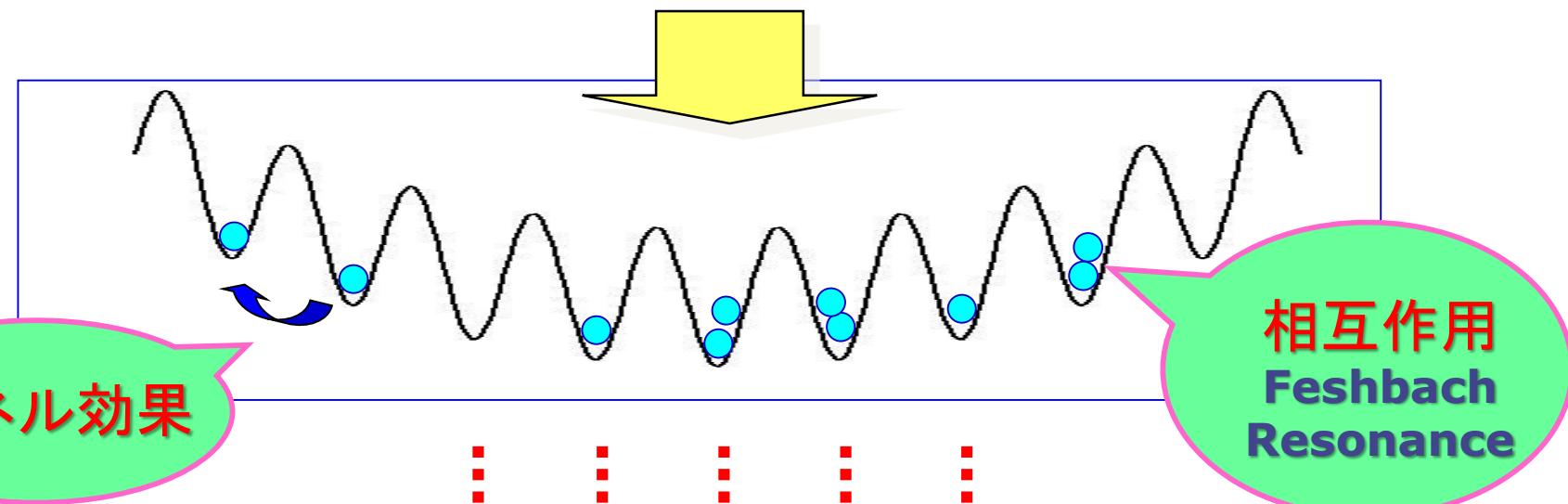
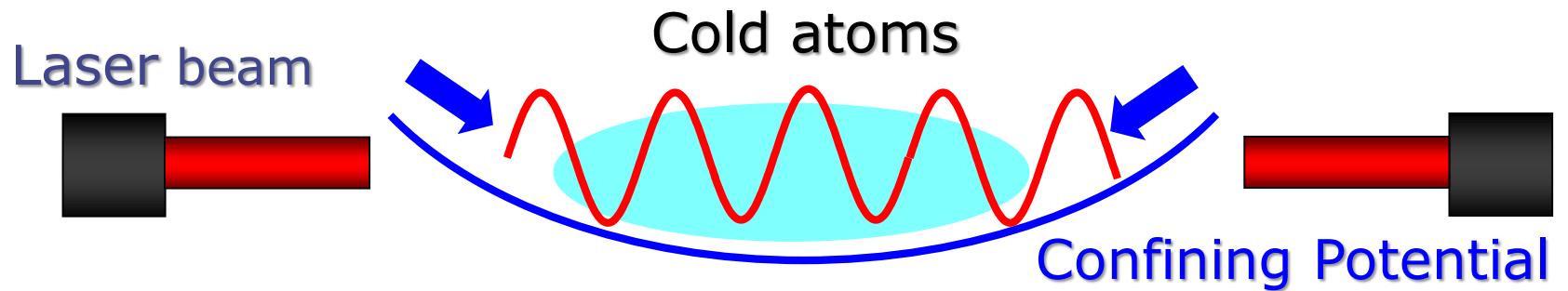
Wolfgang Ketterle



Carl E. Wieman



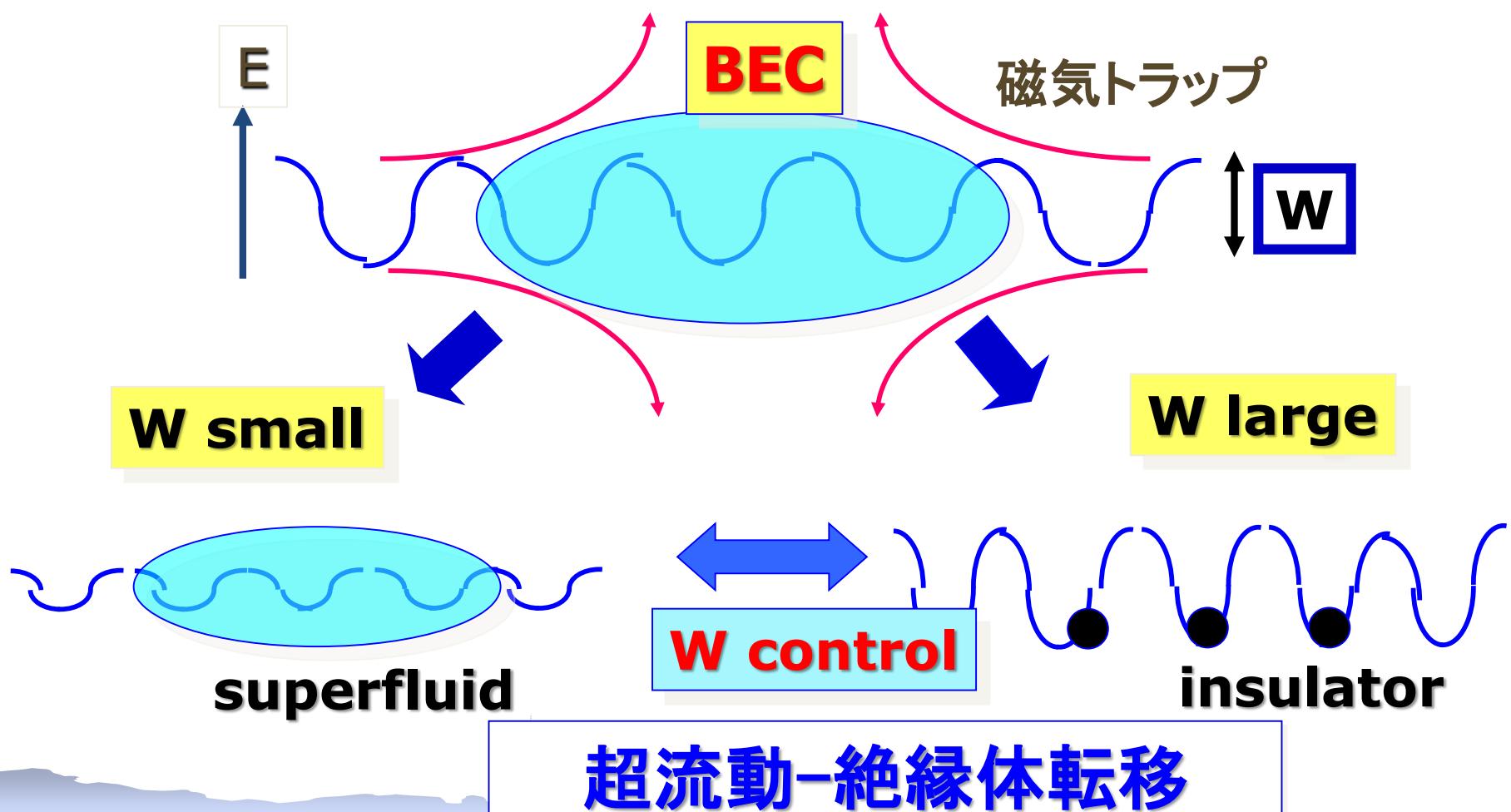
# Optical Lattice (光格子)



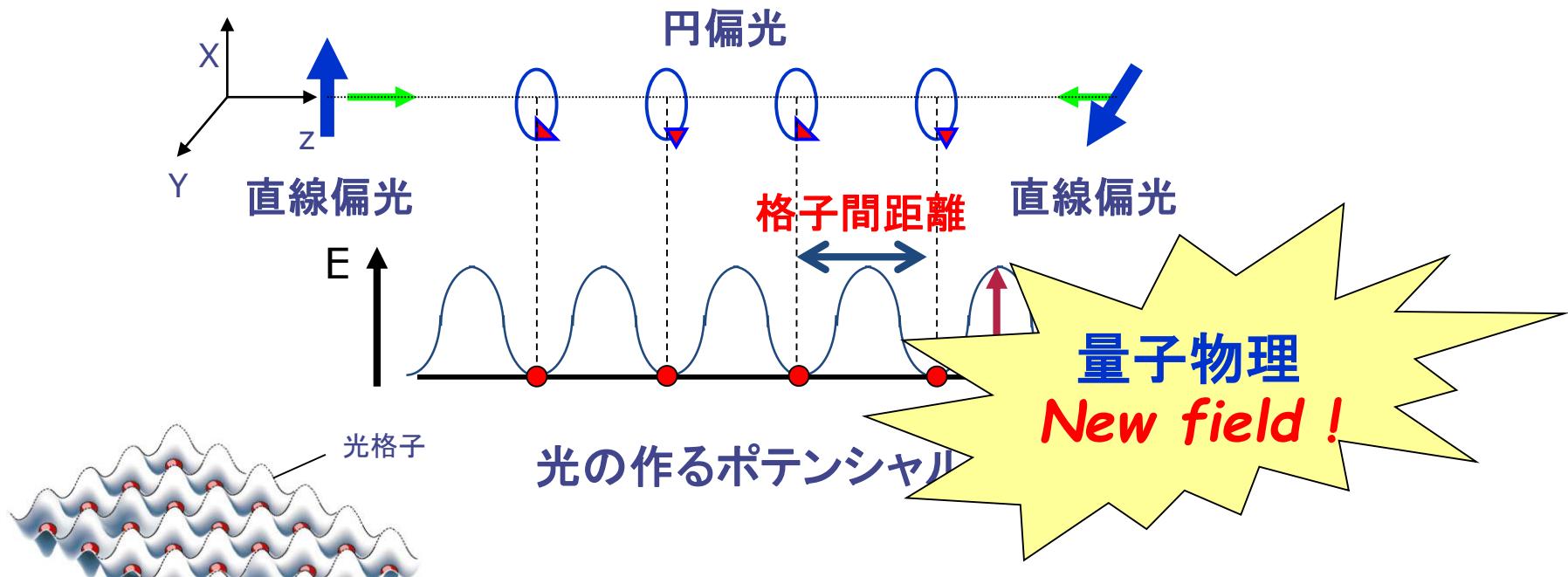
# 光格子

(Bloch et.al. 2002)

## BEC 一モット絶縁体転移



# 光格子(Optical Lattice)



スーパークリーン系  
自在に操れる

- ◇ BCS-BEC クロスオーバー
- ◇ 超流動 - 絶縁体転移
- ◇ フェルミ - ボーズ混合 (超対称)
- ◇ 1次元、2次元の相関系  
などなど

# 冷却原子



## ◇中性原子のBEC

- ・基礎物理
- ・様々な分野への広がり

## ◇光格子：量子パラメタ、自由に操れる

## ◇フェルミ・ボーズ混合 などなど

**凝縮系理論として**

固体物理にはないような  
エキゾチック量子状態

理想的な *New* 研究舞台

レーザー物理、統計物理、物性物理

*Cold atoms are very hot !*

# まとめ

## 凝縮系物理学

## 量子論 多体物理

### 分野の広がり

超伝導・超流動　強相関電子系　量子スピン系  
トポロジカル物質　冷却原子  
など

- ◇豊富な実験、新奇な現象の発見
- ◇量子物理、統計物理の活躍舞台  
基礎物理学の手法

最先端テクノロジーだけじゃない

基礎物理の研究舞台

キーワード

スライド資料  
凝縮系理論 HP

多様性、普遍性、そして創発性

# Let's enjoy Physics !

*Condensed Matter Physics  
More is Different !*