

# 統計力学 B 演習

## 第 2 回レポート (6 月 28 日出題)

以下の問題に解答せよ。答えは、7 月 19 日までの演習時間中に回収する。それ以外の提出は受け付けない。学生証番号、氏名を忘れず明記すること。

### 1 Dirac Fermion

2010 年のノーベル物理学賞に選ばれたグラフェン (層状グラファイトの 1 枚層) では、そのフェルミ準位付近の電子のエネルギー分散関係が質量ゼロの Dirac 電子と同じ  $\epsilon_{\mathbf{k}} = \pm ck$  で与えられる。ここで、 $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$  は波数の大きさ、 $c$  は定数でフェルミ速度を用いて  $\hbar v_F$  と表される。以下で、その熱力学的な諸性質について考えよう。ただし、スピン自由度については考えない。

- 状態密度  $D(\epsilon)$  を求めよ。 $\epsilon = 0$  でゼロになるが、通常の半導体とは異なり、完全なギャップを開かないことから、ゼロギャップ半導体と呼ばれる。
- 以下、絶対零度  $T = 0$  において、電子が  $\epsilon = 0$  まで詰まった状態を基準に考える。有限温度でも化学ポテンシャル  $\mu$  が 0 のままである事を示せ。
- 有限温度における内部エネルギーの増分を計算せよ。
- 比熱を求め、通常の金属における電子比熱の場合と温度のべきが異なった理由について考察せよ。

### 2 縮退のある理想 Bose 気体

大きさ 1 のスピンをもつ Bose 粒子、 $N$  個からなる 3 次元系について考えよう。通常の理想 Bose 気体との違いは、 $S = 1, 0, -1$  の内部自由度が存在する点である。外部磁場  $h$  の下で、各 1 粒子量子状態は  $-h, 0, h$  のようにエネルギー分裂する。

- 十分高温における磁化率  $\chi = \left. \frac{m}{h} \right|_{h \rightarrow 0}$  を求めよ。ただし、磁化  $m$  には  $S = \pm 1$  の状態だけが寄与する事に注意せよ。
- $h = 0$  のとき、各 1 粒子量子状態は 3 重に縮退している。このときの Bose 凝縮温度  $T_0$  を求め、縮退のない通常の Bose 凝縮温度  $T_{00}$  を用いて表せ。
- 有限磁場下 ( $h \neq 0$ ) において、この Bose 凝縮温度  $T_h$  はどのように変化するか? その傾向を述べよ。